

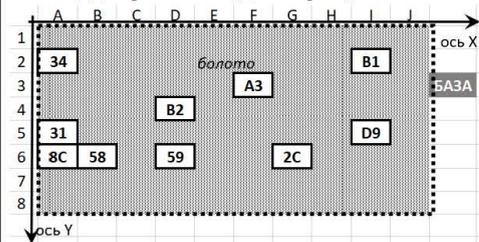
Шифр 11-4-4



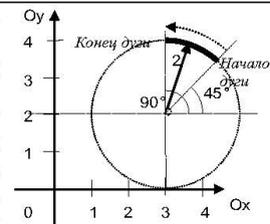
Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный тур 2020 г.
11 класс

№	Задание	Ответы	баллы
1	На каждой грани куба написано одно натуральное число больше единицы. Для каждой вершины Ваня посчитал произведение чисел, написанных на гранях, которым принадлежит эта вершина. Сумма всех посчитанных произведений оказалась равна 255. Найдите сумму чисел, написанных на гранях куба.		10
2	Найдите наименьшее значение выражения $F = x^2 + y^2 + 18x + 10y$, если переменные x и y удовлетворяют неравенству $ x - 5 + y - 12 \leq 3$.		15
3	Из множества пятизначных чисел, записанных следующими пятью цифрами 2, 4, 4, 8, 8, наудачу выбирают одно число. Найдите вероятность того, что оно не делится нацело на 4.		25
4	При передаче секретной числовой информации количеством N цифр отправитель посылает получателю $N+1$ десятичное число. Согласно принятой схеме шифрования первое десятичное число является базовым для расшифровки. Прочие N чисел – числа-фильтры, которые позволяют сформировать цифры числа-результата. Все числа преобразуются в двоичный код. Для получения цифр числа результата используются числа-фильтры, определяя значимую часть передаваемой секретной информации: 0 в разряде числа-фильтра - означает, что данный бит базового числа следует игнорировать; 1 в разряде числа-фильтра означает, что данный бит базового числа формирует результат. Например, последовательность чисел «134 224 14 7» передает число 436. Определите, какое число в десятичной системе счисления передано с использованием данной схемы кодирования, если была отправлена следующая информация: 204 14 112 56		10
5	Робот Лягушка перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление прыжка по оси X (0 - по оси X , 1 - против оси X); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках; пятый бит определяет направление прыжка по оси Y (0 - по оси Y , 1 - против оси Y); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках. На кочках заданы инструкции для робота Лягушка; на рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Кочки на рисунке изображены белыми прямоугольниками; имена кочек складываются из букв английского алфавита по оси X и цифры по оси Y ; серый фон - болото. Определите кочку, единственным исправлением инструкции на которой роботу Лягушке обеспечивается благополучное возвращение на базу с любой		15

кочки болота. В ответе укажите имя кочки и новую инструкцию в шестнадцатеричном коде, которая должна быть на ней написана.



Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$. По команде $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$ Циркуль рисует дугу окружности с радиусом r , центр которой имеет координаты (x,y) , начало и конец дуги определяются углами градусной меры $u1$ и $u2$ соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки. Например, команда $\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)$ приведет к рисованию следующей фигуры:



Команда $\text{cycle } k$ (<список команд>) позволяет повторять список команд, указанный в скобках, k раз.

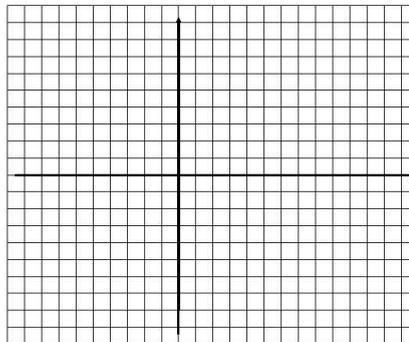
Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения « $=$ »; например, для переменной s s =<новое значение s >, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов « $+$ », « $-$ », « $/$ », « $*$ ».

6 Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе:

```

y = 1
dy = 5
cycle 5 (
x = -8
cycle dy + 5 (
arc(x, y + dy, 90 + 90 * y, 270 + 90 * y, 2)
y = -y
x = x + 2
)
dy = dy - 2
)

```



25

№3 Чтобы число не делилось на 4, то число, образованное последними цифрами не должно делиться на 4

Такие числа 42 и 82

Возможные комбинации:

488
848
884

448
484
844

Итого 6 чисел, не делимых на 4

Всего пятизначных чисел, образованных цифрами 24488

2
4
8

4
8
2

8 как и с 4

12 чисел

6 чисел

12 чисел

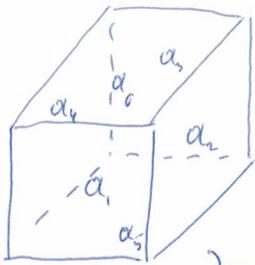
Итого: $6 + 12 + 12 = 30$

Искомая вероятность

$$P = \frac{6}{30} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Ответ: $p = 0,2$

№1



Пусть на передней грани написано число a_1 ,
справа на грани - a_2 , на лев. задней - a_3 , на лев. боковой - a_4 ,
на нижней - a_5 , на верхней - a_6 .

Тогда по условию задачи.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_6 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_6 + a_3 \cdot a_4 \cdot a_6 + a_1 \cdot a_4 \cdot a_6 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_5 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_5 + a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 + a_1 \cdot a_4 \cdot a_5 = 255$$

$$\begin{array}{r|l} 255 & 5 \\ \hline 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ \hline 255 = 3 \cdot 5 \cdot 17 \end{array}$$

Это ур-е равносильно: $(a_5 + a_6)(a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + a_1 \cdot a_4) = 255$

$$(a_5 + a_6)(a_1(a_2 + a_4) + a_3(a_2 + a_4)) = 255 \Leftrightarrow (a_5 + a_6)(a_1 + a_3)(a_2 + a_4) = 3 \cdot 5 \cdot 17 \text{ или}$$

Тогда, если числа натуральные, то каждой скобке подходит 1 множитель
Например, $a_1 + a_3 = 3$; $a_2 + a_4 = 5$; $a_5 + a_6 = 17$, Тогда их сумма равна

$$a_1 + a_3 + a_2 + a_4 + a_5 + a_6 = 3 + 5 + 17 = 25$$

Ответ: 25

№ 2

$$F = x^2 + y^2 + 18x + 10y = x^2 + 18x + 81 - 81 + y^2 + 10y + 25 - 25 = (x+9)^2 + (y+5)^2 - 106$$

$$|x-5| + |y-12| \leq 3$$

Если $x > 5, y > 12$, то $x+y \leq 20$

Если $x > 5, y < 12$, то $x-y \leq -4 \quad y-x \geq 4$ Т.е. $4 \leq y-x \leq 10$ (1)

Если $x < 5, y > 12$, то $y-x \leq 10$

Если $x < 5, y < 12$, то $x+y \geq 14$

$14 \leq y+x \leq 20$ (2)

Чтобы выражение было наименьшим хочется, чтобы $(x+9)^2$ и $(y+5)^2$ были минимальными, но брать их мы не можем в целочисленной области параметров. Видно, чтобы выражение было наименьшим $x+y=14$ (наименьший жиму из пункт (2)), но также необходимо, чтобы x и y отличались не более чем на 4 (из (1))

Тогда возможны варианты

* $y=4, x=0$ (не удов (2))

$y=5, x=1$ (не удов (2))

$y=6, x=2$ (не удов (2))

$y=7, x=3$ (не удов (2))

$y=8, x=4$ не удов (2)

$y=9, x=5$ удов, значит это пара чисел при подготовке в

выражение делает его наименьшим из возможных

$$F = 25 + 81 + 90 + 90 = 266$$

Ответ: 266

$\sqrt{5}$

$$34_{16} = 52_{10} = 00110100_2$$

$$31_{16} = 49_{10} = 00110001_2$$

$$8C_{16} = 140_{10} = 10001100_2$$

$$58_{16} = 88_{10} = 01011000_2$$

$$B2_{16} = 178_{10} = 10110010_2$$

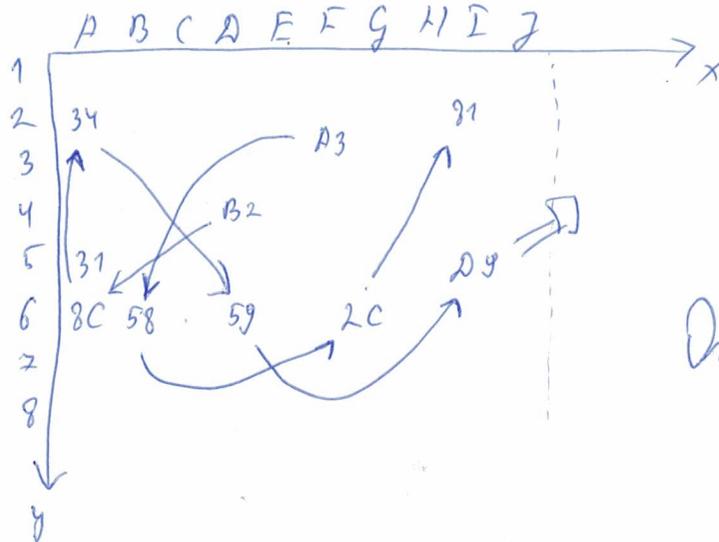
$$59_{16} = 89_{10} = 01011001_2$$

$$A3_{16} = 163_{10} = 10100011_2$$

$$2C_{16} = 44_{10} = 00101100_2$$

$$B1_{16} = 177_{10} = 10110001_2$$

$$D9_{16} = 217_{10} = 11011001_2$$



$$\bar{I}5 \rightarrow 00101010_2 = 2A_{16}$$

$$\bar{I}_5 \quad 2A$$

Answer: 2A